**П. В. Ротерс**

*Самарский государственный университет,*

*roters@ssu.samara.ru*

# ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ФОРМЫ КОНТУРА ПИТАНИЯ В СИСТЕМЕ ДОБЫВАЮЩИХ СКВАЖИН

В докладе представлена математическая модель, позволяющая вычислять коэффициент формы контура питания в двоякопериодической системе добывающих скважин. Система скважин моделируется плоской бесконечной двоякопериодической решеткой точечных стоков одинаковой мощности.

В настоящее время для оценки продуктивности системы скважин используется так называемый shape factor (коэффициент формы). Он позволяет определить среднее давление в области питания скважины в зависимости от формы его контура питания. В работе [1] величина коэффициента формы была вычислена для ряда решеток (прямоугольная, равнобедренно-треугольная, ромбическая) и сравнена с коэффициентом формы для идеального кругового контура.

В данной работе найдена аналитическая зависимость коэффициента формы от типа решетки, что позволяет рассчитать shape factor для любой формы контура питания. Аналогично работам из области вихревой динамики [2, 3] для двоякопериодических систем скважин была построена математическая модель с привлечением эллиптических функций Вейерштрасса. Данная модель задает комплексный потенциал, являющийся двоякопериодической функцией, в виде

$$\varphi(z, \bar{z}) = \ln\sigma(z) + \frac{\alpha z^2}{2} - \frac{\pi}{\Delta} z\bar{z}, \qquad (1)$$

где $\sigma(z)$ – сигма-функция Вейерштрасса, $\alpha = \pi/2 - 2\eta_1$, $\eta_1 = \zeta(\omega_1/2)$ — квазипериод дзета-функции Вейерштрасса, $\Delta$ — площадь ячейки для выбранного типа решетки.

Вещественная часть данного потенциала определяет поле давления, а его производная — поле скоростей. Данная математическая модель позволила вычислить распределения полей давления и скоростей в решетках произвольных конфигураций и определить контуры питания скважин, расположенных в узлах решетки.

В итоге для коэффициента продуктивности скважины $PI = 1/\mathrm{Re}\left[\varphi(z, \bar{z})\right]$ было найдено явное выражение:

$$PI = 2/\ln\left[\frac{4\Delta}{\gamma C_A r_w^2}\right], \tag{2}$$

где $\gamma = 1,781$, $r_w$ — радиус скважины, $C_A$ — коэффициент формы контура питания скважины.

Для одной скважины, расположенной в параллелограмме периодов, коэффициент формы может быть рассчитан следующим образом:

$$C_A(\tau) = \frac{16\pi^2}{\gamma}\mathrm{Im}\tau\left|q^{\frac{1}{3}}\prod_{n=1}^{\infty}\left(1-q^{2n}\right)^4\right|, \tag{3}$$

где $\tau = \omega_1/\omega_2$ — отношение периодов решетки, $q = \exp\left[i\pi\tau\right]$.

В случае, когда в параллелограмме периодов расположены две скважины с одинаковым дебитом $Q$, коэффициент формы каждой их них может быть найден благодаря установленной зависимости:

$$C_A^{(2)}(\tau) = \frac{\gamma}{8}\frac{R_{12}^2}{\Delta}\left[C_A^{(1)}(\tau)\right]^2, \tag{4}$$

где $C_A^{(2)}$ — коэффициент формы для одной из двух скважин, расположенных в параллелограмме периодов; $C_A^{(1)}$ — коэффициент формы для одной скважины в параллелограмме периодов с дебитом $2Q$; $R_{12}$ — выражает расстояние между двумя скважинами:

$$\ln R_{12} = \operatorname{Re} \ln \left[ \sigma (z_1 - z_2) - \frac{\alpha (z_1 - z_2)^2}{2} \right] - \frac{\pi}{2\Delta} |z_1 - z_2|^2 . \quad (5)$$

Значения коэффициента $C_A$ полностью совпали со значениями, вычисленными Дитцом и другими авторами путем численного суммирования бесконечных условно-сходящихся рядов для некоторых типов решеток.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Dietz D. N. *Determination of average recervoir pressure from build-up surveys.* – Rejswijk, The Nitherlands: SPE, 1965. – P. 955-959.

2. O'Нейл К. А. *О гамильтовой динамике вихревых решеток* // Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей. – М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – С. 336-353.

3. Ткаченко В. К. *О вихревых решетках* // ЖЭТФ. – 1965. – Т. 49. – С. 1875-1883.